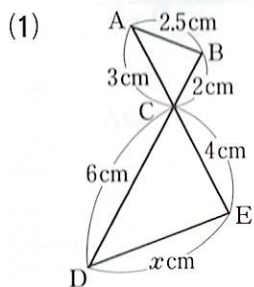


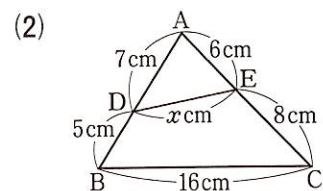
6 計算トレーニング

相似な図形

1 相似な三角形の線分の長さ ← p.86,88
次の図で、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、 x の値を求めなさい。



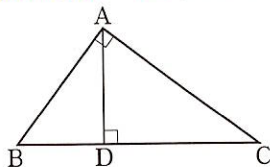
x



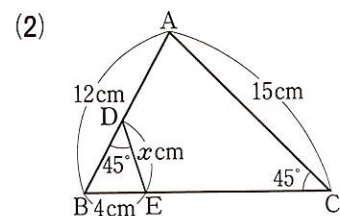
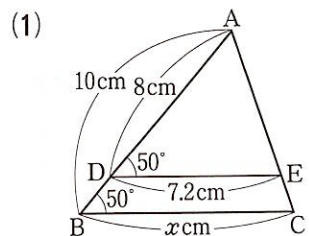
x

2 相似な三角形の線分の長さ ← p.86,88

右の図のように、 $\angle A=90^\circ$ の直角三角形ABCの頂点Aから辺BCに垂線ADを引く。 $AC=10\text{cm}$ 、 $CD=8\text{cm}$ のとき、BDの長さを求めなさい。

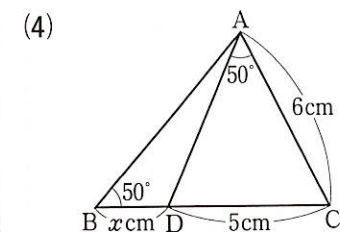
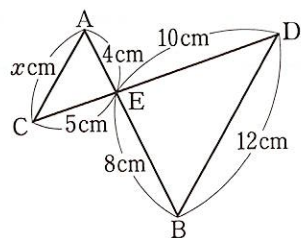


3 相似な三角形の線分の長さ ← p.86,88
次の図で、 x の値を求めなさい。

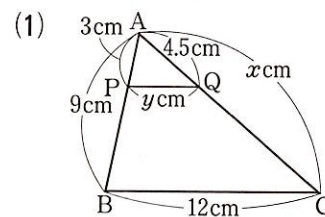


★対応する辺に注意!

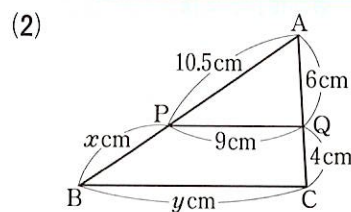
(3) EはAB、CDの交点



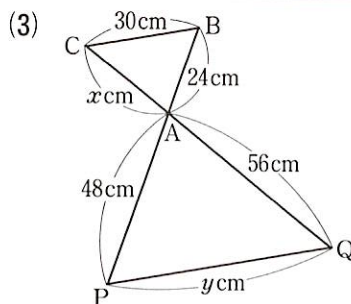
4 平行線と線分の比 ← p.92
次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。



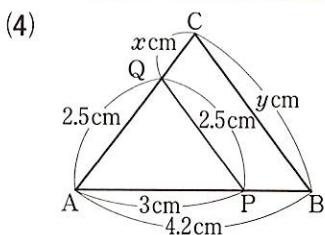
x y



x y

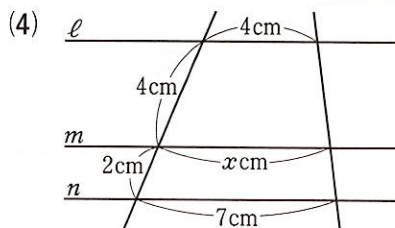
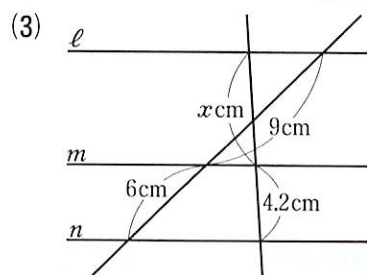
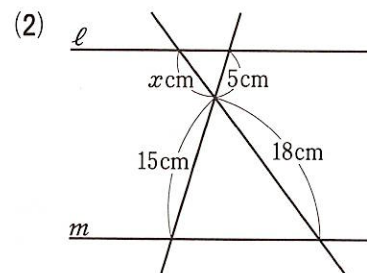
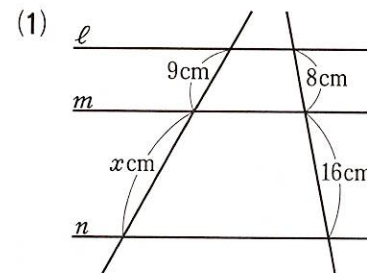


x y



x y

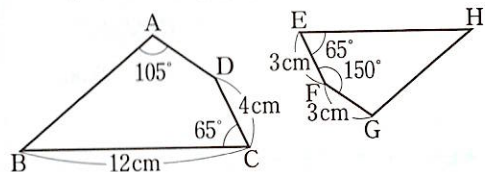
5 平行線で区切られた線分の比 ← p.92,93
次の図で、直線 l 、 m 、 n が平行のとき、 x の値を求めなさい。



相似な図形

知識・技能の問題

1 相似な図形 (6点×3)
下の2つの四角形は相似である。



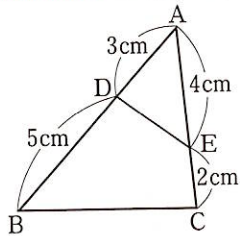
(1) 相似であることを、記号 \sim を使って表しなさい。

(2) $\angle H$ の大きさを求めなさい。

(3) 相似比を求めなさい。

2 三角形の相似条件と線分の長さ (6点×3)
右の図の $\triangle ABC$

で、 D, E はそれぞれ辺 AB, AC 上の点である。



(1) 相似な三角形を記号 \sim を使って表し、そのときの相似条件を答えなさい。

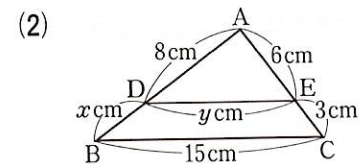
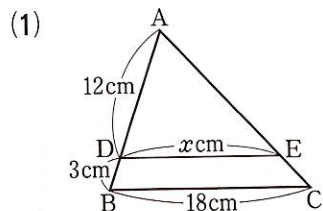
相似な三角形

相似条件

(2) $BC=9\text{cm}$ のとき、線分 DE の長さを求めなさい。

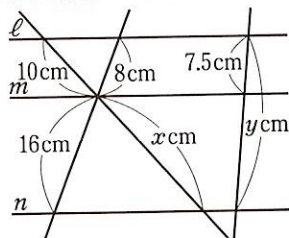
3 平行線と線分の比 (6点×3)
次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x, y

の値を求めなさい。



4 平行線で区切られた線分の比 (6点×2)
右の図で、

直線 l, m, n が平行のとき、 x, y の値を求めなさい。



ふりかえり

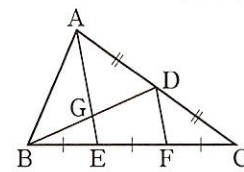
- 1 相似な図形の表し方や性質を理解している。▶p.86
 - 2 三角形の相似条件がわかる。▶p.88~89
 - 3~5 平行線と線分の比の関係や、中点連結定理を使って線分の長さが求められる。▶p.92~95
 - 6・7 相似な立体の体積比を利用して問題を解くことができる。▶p.98~99
 - 8 2つの三角形が相似であることを証明できる。▶p.88~89
- できた問題には に \checkmark を入れ、できなかった問題は \odot のページにもどって復習しよう。

得点 /100

知識・技能の問題

5 中点連結定理 (6点)
右の図で、点

D は辺 AC の中点、
点 E, F は辺 BC
を3等分する点で



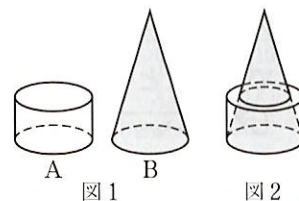
ある。また、点 G は線分 AE と BD との交点である。 $AE=16\text{cm}$ のとき、線分 AG の長さを求めなさい。

思考・判断・表現の問題

6 相似な立体の体積比 (8点)
図1のように、円柱の形をした容器

A と円錐の形をした鉄のおもり B がある。容器 A と鉄のおもり B は底面の半径が等しく、また、容器 A の容積と鉄のおもり B の体積も等しい。

容器 A を底面が水平になるように置いて水で満たし、この中に鉄の



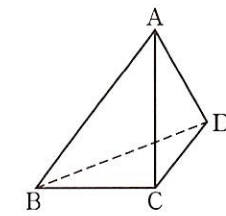
おもり B を図2のように静かにしずめた。容器 A の底面の半径が 9cm 、高さが 10cm のとき、あふれ出た水の体積は何 cm^3 か、求めなさい。ただし、容器 A の厚さは考えないものとする。

(愛知B)

思考・判断・表現の問題

7 相似な立体の体積 (8点)
右の図は、

$AC=8\text{cm}$,
 $BC=CD=6\text{cm}$,
 $\angle ACB=\angle ACD$
 $=\angle BCD=90^\circ$ の三

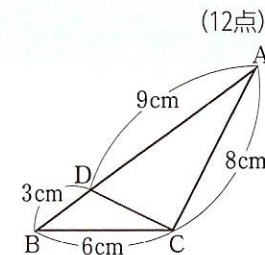


角錐 $ABCD$ である。辺 AC, AD の中点をそれぞれ M, N とするとき、四角錐 $BCDNM$ の体積は何 cm^3 ですか。

(鹿児島)

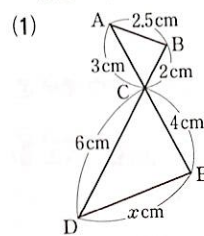
8 相似条件と証明 (12点)
右の図で、

$\triangle ABC \sim \triangle CBD$
であることを証明しなさい。



[証明]

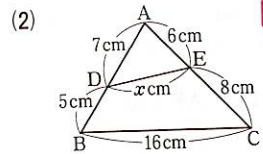
① 相似な三角形の線分の長さ ← p.86, 88
次の図で、相似な三角形を記号 \sim を使って表しなさい。また、 x の値を求めなさい。



解 $AC : DC = BC : EC$
 $= 1 : 2$
 $\angle ACB = \angle DCE$
2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$
よって、 $AC : DC = AB : DE$
 $1 : 2 = 2.5 : x$ $x = 5$

$\triangle ABC \sim \triangle DEC$

$x = 5$



解 $AB : AE = AC : AD$
 $= 2 : 1$
 $\angle A$ は共通
2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

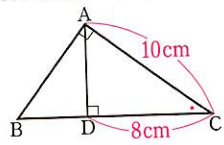
よって、 $AB : AE = BC : ED$
 $2 : 1 = 16 : x$
 $x = 8$

$\triangle ABC \sim \triangle AED$

$x = 8$

② 相似な三角形の線分の長さ ← p.86, 88
右の図のよ

うに、 $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形ABCの頂点Aから辺BCに垂線ADを引く。
 $AC = 10\text{cm}$, $CD = 8\text{cm}$ のとき、BDの長さを求めなさい。

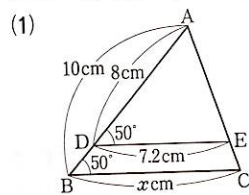


解 $\angle BAC = \angle ADC = 90^\circ$, $\angle C$ は共通
2組の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$

よって、 $BC : AC = AC : DC$
 $BC : 10 = 10 : 8$
 $BC = 12.5(\text{cm})$
 $BD = BC - CD = 12.5 - 8$
 $= 4.5(\text{cm})$

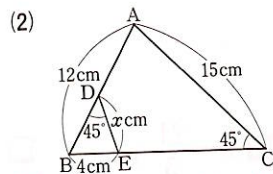
4.5cm (別解 $\frac{9}{2}\text{cm}$)

③ 相似な三角形の線分の長さ ← p.86, 88
次の図で、 x の値を求めなさい。



解 $\angle ADE = \angle ABC = 50^\circ$, $\angle A$ は共通だから、
 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$
 $AD : AB = DE : BC$ $8 : 10 = 7.2 : x$ $x = 9$

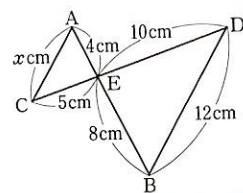
$x = 9$



解 $\angle BDE = \angle BCA = 45^\circ$, $\angle B$ は共通だから、
 $\triangle DBE \sim \triangle CBA$
 $BE : BA = DE : CA$ $4 : 12 = x : 15$ $x = 5$

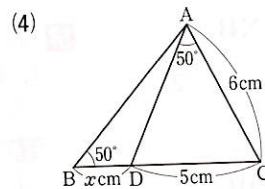
$x = 5$

③ EはAB, CDの交点



解 $AE : BE = 4 : 8 = 1 : 2$
 $CE : DE = 5 : 10 = 1 : 2$
よって、 $AE : BE = CE : DE$
また、 $\angle AEC = \angle BED$ だから、 $\triangle ACE \sim \triangle BDE$
したがって、 $AC : BD = 1 : 2$
 $x : 12 = 1 : 2$ $x = 6$

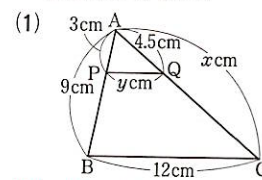
$x = 6$



解 $\angle ABC = \angle DAC = 50^\circ$, $\angle C$ は共通だから、
 $\triangle ABC \sim \triangle DAC$
 $BC : AC = AC : DC$
 $(x+5) : 6 = 6 : 5$
 $5x + 25 = 36$
 $5x = 11$ $x = 2.2$

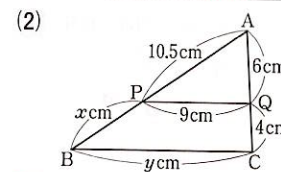
$x = 2.2$ (別解 $x = \frac{11}{5}$)

④ 平行線と線分の比 ← p.92
次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x, y の値を求めなさい。



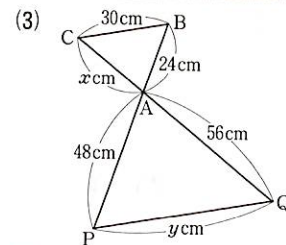
解 $AP : AB = AQ : AC$
 $3 : 9 = 4.5 : x$ $x = 13.5$
 $AP : AB = PQ : BC$
 $3 : 9 = y : 12$ $y = 4$

$x = 13.5$ $y = 4$



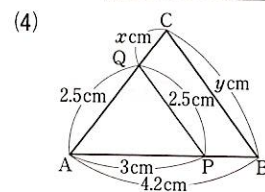
解 $AP : PB = AQ : QC$
 $10.5 : x = 6 : 4$ $x = 7$
 $AQ : AC = PQ : BC$
 $6 : (6+4) = 9 : y$ $y = 15$

$x = 7$ $y = 15$



解 $CA : QA = BA : PA$
 $x : 56 = 24 : 48$ $x = 28$
 $BA : PA = BC : PQ$
 $24 : 48 = 30 : y$ $y = 60$

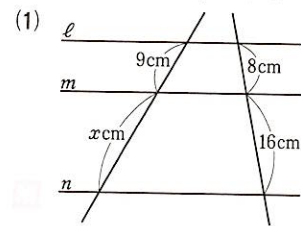
$x = 28$ $y = 60$



解 $AQ : QC = AP : PB$
 $2.5 : x = 3 : (4.2 - 3)$ $x = 1$
 $AP : AB = PQ : BC$
 $3 : 4.2 = 2.5 : y$ $y = 3.5$

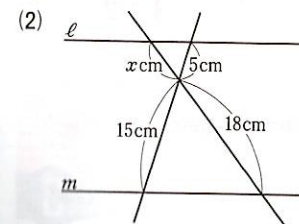
$x = 1$ $y = 3.5$

⑤ 平行線で区切られた線分の比 ← p.92, 93
次の図で、直線 l, m, n が平行のとき、 x の値を求めなさい。



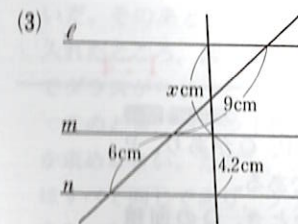
解 $9 : x = 8 : 16$
 $x = 18$

$x = 18$



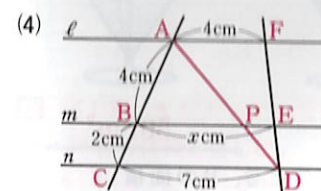
解 $x : 18 = 5 : 15$
 $x = 6$

$x = 6$



解 $x : 4.2 = 9 : 6$
 $x = 6.3$

$x = 6.3$



解 左の図の $\triangle ACD$ で、
 $BP : 7 = 4 : (4+2) = 2 : 3$
 $BP = \frac{14}{3}(\text{cm})$

$\triangle ADF$ で、 $PE : 4 = (3-2) : 3$
 $PE = \frac{4}{3}(\text{cm})$

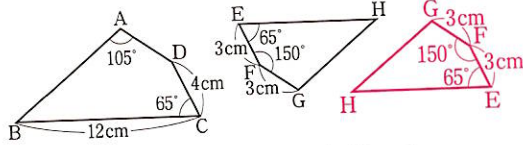
よって、 $x = \frac{14}{3} + \frac{4}{3} = 6$

$x = 6$

相似な図形

知識・技能の問題

1 相似な図形 (6点×3)
下の2つの四角形は相似である。



(1) 相似であることを、記号 \sim を使って表しなさい。

解 対応する頂点は、AとG、BとH、CとE、DとFだから、四角形ABCD \sim 四角形GHEF

四角形ABCD \sim 四角形GHEF

(2) $\angle H$ の大きさを求めなさい。

解 $\angle A$ と $\angle G$ が対応しているから、 $\angle G=105^\circ$ によって、四角形GHEFで、
 $\angle H=360^\circ - (65^\circ + 150^\circ + 105^\circ) = 40^\circ$

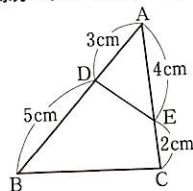
(3) 相似比を求めなさい。

解 辺CDと辺EFが対応している。 によって、相似比は、
CD : EF = 4 : 3

相似比は、対応する 辺の長さの比。
4 : 3

2 三角形の相似条件と線分の長さ (6点×3)
右の図の $\triangle ABC$

で、D、Eはそれぞれ 辺AB、AC上の 点である。



(1) 相似な三角形を記号 \sim を使って表し、 そのときの相似条件を答えなさい。

解 $AB : AE = (3+2) : 2 = 5 : 2$
 $AC : AD = (4+2) : 3 = 6 : 3 = 2 : 1$
よって、 $AB : AE = AC : AD$
また、 $\angle A$ は共通

相似な三角形 $\triangle ABC \sim \triangle AED$

2組の辺の比とその間の角

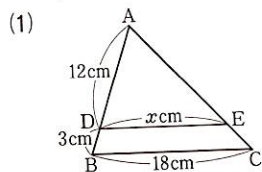
相似条件 がそれぞれ等しい。

(2) $BC=9\text{cm}$ のとき、線分DEの長さを求めなさい。

解 $DE=x\text{cm}$ とすると、相似比は2 : 1だから、
 $BC : ED = 2 : 1$
 $9 : x = 2 : 1 \quad x = 4.5$

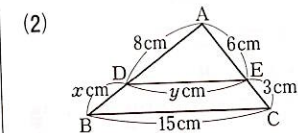
4.5cm (別解 $\frac{9}{2}\text{cm}$)

3 平行線と線分の比 (6点×3)
次の図で、 $DE \parallel BC$ のとき、 x, y の値を求めなさい。



解 $DE \parallel BC$ だから、 $AD : AB = DE : BC$
よって、 $12 : (12+3) = x : 18$
 $15x = 12 \times 18$
 $x = 14.4$

$x = 14.4$ (別解 $x = \frac{72}{5}$)



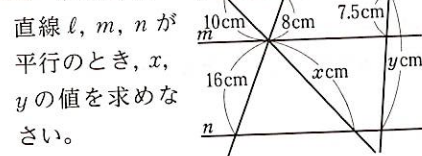
解 $DE \parallel BC$ だから、
 $AD : DB = AE : EC$
よって、 $8 : x = 6 : 3$
 $6x = 8 \times 3$
 $x = 4$

また、 $AE : AC = DE : BC$
よって、 $6 : (6+3) = y : 15$
 $9y = 6 \times 15$
 $y = 10$

y の値を求めるとき、
 $AE : EC = DE : BC$
としないように気をつけよう!



4 平行線で区切られた線分の比 (6点×2)
右の図で、



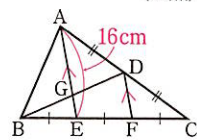
解 直線 l, m, n は平行だから、
 $10 : x = 8 : 16$
 $8x = 160$
 $x = 20$
 $8 : 16 = 7.5 : (y - 7.5)$
 $8(y - 7.5) = 16 \times 7.5$
 $y - 7.5 = 15$
 $y = 22.5$

$x = 20$ $y = 22.5$

知識・技能の問題

5 中点連結定理 (6点)

右の図で、点Dは辺ACの中点、点E、Fは辺BCを3等分する点である。また、点Gは線分AEとBDとの交点である。AE=16cmのとき、線分AGの長さを求めなさい。



解 $\triangle AEC$ で、点D、Fはそれぞれ辺AC、ECの中点だから、中点連結定理より、 $DF \parallel AE$

$$DF = \frac{1}{2}AE = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\text{cm})$$

$\triangle BFD$ で、 $GE \parallel DF$ より、
 $BG : GD = BE : EF = 1 : 1$

$$\text{よって、} GE = \frac{1}{2}DF = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\text{cm})$$

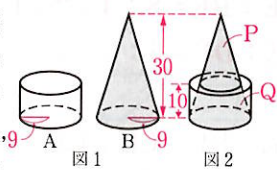
$$\text{したがって、} AG = AE - GE = 16 - 4 = 12(\text{cm})$$

12cm

思考・判断・表現の問題

6 相似な立体の体積比 (8点)

図1のように、円柱の形をした容器Aと円錐の形をした鉄のおもりBがある。容器Aと鉄のおもりBは底面の半径が等しく、また、容器Aの容積と鉄のおもりBの体積も等しい。



円錐Bを、水面を境に立体PとQに分けると、Qの体積 \parallel あふれた水の体積

容器Aを底面が水平になるように置いて水で満たし、この中に鉄のおもりBを図2のように静かにしずめた。容器Aの底面の半径が9cm、高さが10cmのとき、あふれ出た水の体積は何 cm^3 か、求めなさい。ただし、容器Aの厚さは考えないものとする。

(愛知B)

解 円錐Bの高さを $h\text{cm}$ とすると、

$$\pi \times 9^2 \times 10 = \frac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times h \quad h = 30$$

円錐Bの高さは30cmで、体積は $810\pi\text{cm}^3$
円錐Bと立体Pは相似で、相似比は3 : 2だから、
Bと立体Qの体積比は、 $3^3 : (3^3 - 2^3) = 27 : 19$
あふれ出た水の体積を $x\text{cm}^3$ とすると、

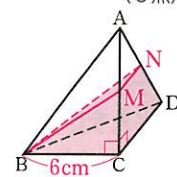
$$810\pi : x = 27 : 19$$

$$x = 570\pi \quad 570\pi\text{cm}^3$$

思考・判断・表現の問題

7 相似な立体の体積 (8点)
右の図は、

$AC=8\text{cm}$,
 $BC=CD=6\text{cm}$,
 $\angle ACB = \angle ACD = \angle BCD = 90^\circ$



三角錐ABCDである。辺AC、ADの中点をそれぞれM、Nとすると、四角錐BCDNMの体積は何 cm^3 ですか。

(鹿児島)

解 $\triangle ACD$ で、点M、Nはそれぞれ辺AC、ADの中点だから、 $MN \parallel CD$, $MN = \frac{1}{2}CD$

$\triangle AMN \sim \triangle ACD$ で、相似比は1 : 2だから、面積比は、 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$$\text{よって、四角錐MCDNの面積は、}$$

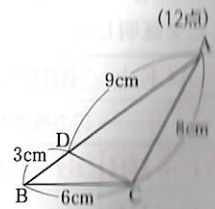
$$\triangle ACD \times \frac{4-1}{4} = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{3}{4} = 18(\text{cm}^2)$$

$$\text{したがって、四角錐BCDNMの体積は、}$$

$$\frac{1}{3} \times 18 \times 6 = 36(\text{cm}^3)$$

36cm³

8 相似条件と証明 (12点)
右の図で、 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ であることを証明しなさい。



[証明]

$$\triangle ABC \text{ と } \triangle CBD \text{ において、}$$

$$AB : CB = (9+3) : 6 = 12 : 6 = 2 : 1$$

$$BC : BD = 6 : 3 = 2 : 1$$

よって、 $AB : CB = BC : BD$ ①
共通な角だから、

$$\angle ABC = \angle CBD$$
 ②
①、②より、2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから、
 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$



相似比 $m : n \rightarrow$ 面積比・表面積比 $m^2 : n^2$

体積比 $m^3 : n^3$